

边界元方法计算牺牲阳极的接水电阻

吴建华* 孙明先 刘光洲 陈光章

(七二五所青岛分部 青岛 266071)

吴琼 金在律 郑云龙

(大连理工大学 大连 116024)

摘要 本文在建立了阴极保护电位场数学模型的基础上,以边界元方法模拟牺牲阳极与低碳钢直接偶合时牺牲阳极的工作状态。码头模拟试验表明,本文采用的边界元方法可以准确计算牺牲阳极的发生电流及接水电阻,可为阴极保护设计提供准确的设计参数,并对板状牺牲阳极长宽比对阳极发生电流和接水电阻的影响进行了计算和讨论。

关键词 边界元方法(BEM),牺牲阳极,阴极保护,发生电流,接水电阻

自1964年Klingert等首先用差分法研究了电极的几何形状等因素对电位分布的影响以来,关于数值计算方法在电化学腐蚀和阴极保护领域的应用已有许多报导^[1~7]。近年来,大部分文献均应用边界元方法(BEM)处理阴极保护电位场,边界元法的要点是对边界积分方程通过离散、插值等手段建立关于边界上未知数的方程,进而求解得出所要求的物理量,当它处理二维问题时可在二维曲面上划分单元,处理三维问题时则在三维曲面上划分单元,其所包含的未知数完全分布在边界上,不涉及域内,大大减少了未知数的量。

在牺牲阳极阴极保护设计中,牺牲阳极的接水电阻和发生电流的数值对计算阳极用量和阳极寿命有重要影响,目前牺牲阳极的接水电阻及发生电流多由经验公式估算,与实测值有较大偏差。R. Strommen^[7]利用有限差分法计算了牺牲阳极的接水电阻并与经验公式计算值比较后,证明环境和工作条件强烈地影响着阳极接水电阻。本文旨在利用边界元方法处理牺牲阳极与低碳钢直接偶合形成的阴极保护电位场,计算牺牲阳极的发生电流、驱动电位和接水电阻。

1 数学模型的建立

在建立数学模型之前,为了必要的简化,提出如下假设:

- 1) 电解质(海水)为均匀介质
- 2) 阴极保护电位场为稳态场,由此可利用稳态的阳极极化曲线和阴极极化曲线作为边界条件,模拟某些条件下极化达稳态时的电位场
- 3) 电流流过电解质时,遵循欧姆定律,即

$$\vec{i} = -\frac{1}{\rho} \nabla E \quad (1)$$

∇E 为电位梯度, ρ 为介质电阻率

4) 电解质服从电中性原理, 即电解质中任一点处的净电荷为零

$$\nabla \cdot I = 0 \quad (2)$$

$\nabla \cdot I$ 表示电流密度的散度

5) 阳极表面上, $E_a = f_a(I_a)$

6) 阴极表面上, $E_c = f_c(I_c)$

将(1)式代入(2)式, 得

$$-\frac{1}{\rho} \nabla^2 E = 0 \quad (3)$$

边界条件:

$$I = 0 \text{ (绝缘处)} \quad (4)$$

$$E = E_0 \text{ (电位边界上)} \quad (5)$$

$$E = f(I) \text{ (阳极、阴极表面上)} \quad (6)$$

式(3)~(6)即为阴极保护电位场的基本控制方程和非线性边界条件。

2 边界积分方程及其离散

根据 Green 第二公式, 可得:

$$\oint_{\Omega} (E^0 \nabla^2 E - E \nabla^2 E^0) d\Omega = \oint_S \left(E^0 \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial E^0}{\partial n} \right) dS \quad (7)$$

式中, E^0 为 Dirac Delta 函数基本解

利用 Dirac Delta 函数的特性和方程(3), 式(7)可写成

$$E_i + \oint_S \left(E \frac{\partial E^0}{\partial n} \right) dS = \oint_S E^0 \frac{\partial E}{\partial n} dS \quad (8)$$

上式下标 i 为域内点, 当 i 为边界点时, 则有:

$$C_i E_i + \oint_S \left(E \frac{\partial E^0}{\partial n} \right) dS = \oint_S E^0 \frac{\partial E}{\partial n} dS \quad (9)$$

式中 C_i 为边界几何形状影响函数

本文在三维直角坐标系内采用了三角形单元(如图1所示)对所研究边界进行划分, 三角形域内各点的物理量和边界上节点的物理量存在如下关系:

$$X = \sum_{i=1}^3 N_i X_i$$

$$Y = \sum_{i=1}^3 N_i Y_i$$

$$Z = \sum_{i=1}^3 N_i Z_i$$

$$E = \sum_{i=1}^3 N_i E_i$$

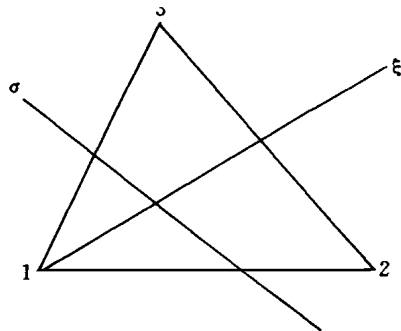


图1 BEM 计算的三角形单元划分

Fig. 1 Schematic diagram of triangle element in BEM calculation

$$I = \sum_{i=1}^3 N_i I_i \quad (10)$$

式中 N_i 为形函数, 表达为

$$N_1 = 1 - \xi, N_2 = \xi(1 - \eta); N_3 = \xi\eta \quad (11)$$

对三维域 Ω 的整个边界用 k 个三角形离散, 由式(9)得:

$$C_i E_i + \sum_{j=1}^k s_{ij} \Delta \left(E \frac{\partial E^0}{\partial n} \right) dS = s_{ij} \Delta \left(E^0 \frac{\partial E}{\partial n} \right) dS \quad (12)$$

将式(10)代入式(12)得

$$C_i E_i + \sum_{j=1}^k [h_{ij1}, h_{ij2}, h_{ij3}] [E_{j1}, E_{j2}, E_{j3}]^T = [G_{ij1}, G_{ij2}, G_{ij3}] [I_{j1}, I_{j2}, I_{j3}]^T - \rho \quad (13)$$

式中 j_1, j_2, j_3 为 j 单元上三个节点的节点号

$$h_{ijm} = s_{ij} N_m \frac{\partial}{\partial n} dS \quad (m = 1, 2, 3) \quad (14)$$

$$\text{令 } \{E\} = \{E_1, E_2, E_3\}^T, \{I\} = \{I_1, I_2, I_3\}^T$$

$$\text{则有 } \{H_{ij1}, H_{ij2}, \dots, H_{ijm}\} \{E\} = \{G_{ij1}, G_{ij2}, \dots, G_{ijm}\} \{I\} \quad (15)$$

$$\text{写成矩阵形式 } H E = G I \quad (16)$$

H 、 G 为 $n \times n$ 方阵, 它们分别包含了边界几何形状影响函数和介质电阻率 E 、 I 分别为节点电位和节点电流密度组成的矢量。式(16)就是阴极保护电位场数学模型经边界离散后的代数方程, 对此方程进行求解可以得到节点处的电位和电流密度值, 由此可根据阴、阳极极化特性计算出阴极、阳极得到的或发生的电流以及阴、阳极的平均电位、阳极的驱动电位, 最后计算出阳极的接水电阻。

根据上列计算过程, 并对阳、阴极边界条件(即稳态极化曲线)进行分段拟线性化处理, 并用 Fortran 语言编制计算程序。

3 结果与讨论

3.1 计算结果的验证

为了验证边界元(BEM)计算的准确性与可靠性, 本工作还进行了为期二个月的码头模拟试验, 试样的尺寸见表1。

表1 码头模拟试验试样尺寸

Tab 1 The dimensions of cathodes and anodes in site experiment

阳 极 编 号	A	B	C	A	B	C
阴极(低碳钢)尺寸/mm	2000 × 1000	1000 × 500	1000 × 500	2000 × 1000	1000 × 500	1000 × 500
阳极尺寸/mm	180 × 70 × 40	250 × 100 × 35	180 × 70 × 40	100 × 50 × 20	50 × 50 × 20	100 × 20 × 20

* A、B、C 为 A、B、C 试样试验一个月后表面有阴极沉淀膜生成并换装阳极后的试样

对铝阳极作阳极极化曲线, 对裸钢板和从 A、B、C 上取下的小试片分别作阴极极化曲线, 示于图 2

将图 2 中的曲线 1 和 5 进行分段线性拟合, 作为边界条件, 求得阳极试样 A、B、C 的发生电流、驱动电压和接水电阻。再分别将曲线 1、2、3、4 进行分段线性拟合, 作为边界条件, 分别求得阳极试样 A、B、C 的发生电流、驱动电压和接水电阻, 并与实测值、*Lloyd* 公式计算值进行比较, 结果见表 2

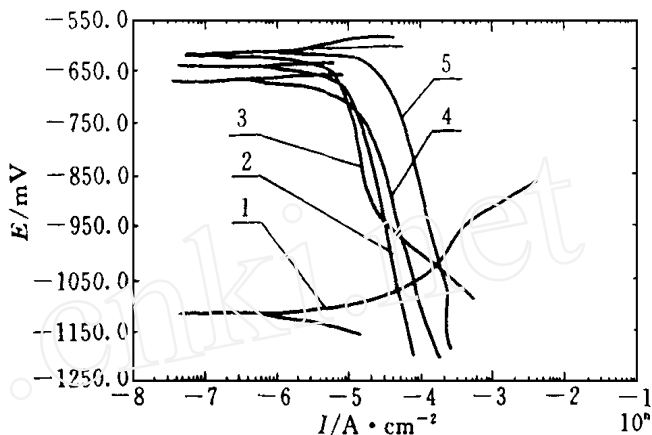


图 2 铝阳极和钢板的极化曲线
1: 铝阳极; 2, 3, 4: 分别从 A、B、C 上取下来的小试片; 5: 裸钢板
Fig. 2 Polarization curves of A lanode and mild steel
1: A lanode; 2, 3, 4: coupons taken from A, B, C respectively; 5: exposed mild steel

表 2 实测值、本文 *BEM* 计算值和 *Lloyd* 公式计算值比较

Tab 2 The comparison of the values resulting from in situ experiment, *BEM* and *Lloyd* formula

项目		试			样		
		A	B	C	A	B	C
实测值	发生电流/ <i>mA</i>	134	100	82.4	36.8	13.7	16.9
	驱动电压/ <i>mV</i>	133	39.2	46.2	43.4	21.2	19.7
	接水电阻/ Ω	0.99	0.39	0.56	1.18	1.54	1.16
<i>BEM</i>	发生电流/ <i>mA</i>	134	93	85	52	17	19
	驱动电压/ <i>mV</i>	133	33.2	43.2	52.4	19.4	15.8
	接水电阻/ Ω	0.99	0.36	0.59	1	1.1	0.83
<i>Lloyd</i>	发生电流/ <i>mA</i>	396	504	396	227	168	192
	驱动电压/ <i>mV</i>	300	300	300	300	300	300
	接水电阻/ $\Omega^{\textcircled{R}}$	0.758	0.595	0.758	1.32	1.79	1.56

@ 由公式 $R = \rho / (L + B + 2H)$ 计算而得^[8]

由表 2 的数据可知, 发生电流、驱动电压的 *BEM* 计算值与实测值非常接近, 即 *BEM* 可准确地预见牺牲阳极的寿命, 由此计算出的接水电阻与实际测量值也较接近。而由 *Lloyd* 公式估算出的阳极接水电阻比实测接水电阻值要大, 其误差也比 *BEM* 大得多。因此, 只要边界条件

准确, BEM 可非常准确地计算出阳极的发生电流、驱动电压和接水电阻

3.2 不同形状牺牲阳极接水电阻的边界元方法计算

针对三种工作面积的船用锌合金牺牲阳极分别以本文边界元计算程序和 $Loiyd$ 公式计算了其接水电阻, 以及随阳极长宽比的变化, 得到的结果示于图 3

由图 3 知, 当长宽比 (L/B) 较小时, 两种计算方法得到的接水电阻相差较大, 但随 L/B 值的增大, 差值减小 (见图中两曲线). 对于工作面积为 500 cm^2 和 1120 cm^2 两种阳极, L/B 值较大时, 两种方法的计算值较接近, 而对于工作面积为 250 cm^2 的小阳极, L/B 值较大时, 两种方法的计算结果仍有一定差距, 这和 $R_{stranmen}^{[7]}$ 的结果类似

4 结 论

综上所述, 结论如下:

- 1) 基于边界元方法可对阴极保护电位进行数值模拟
- 2) 由本文所建立的边界元方法计算阳极发生电流和接水电阻的数学模型是可靠的
- 3) 所编制的计算程序可以准确地计算出阳极发生电流、驱动电位和接水电阻等技术参数, 即可准确地预测牺牲阳极的使用寿命及其形状、阴极表面状态的影响等

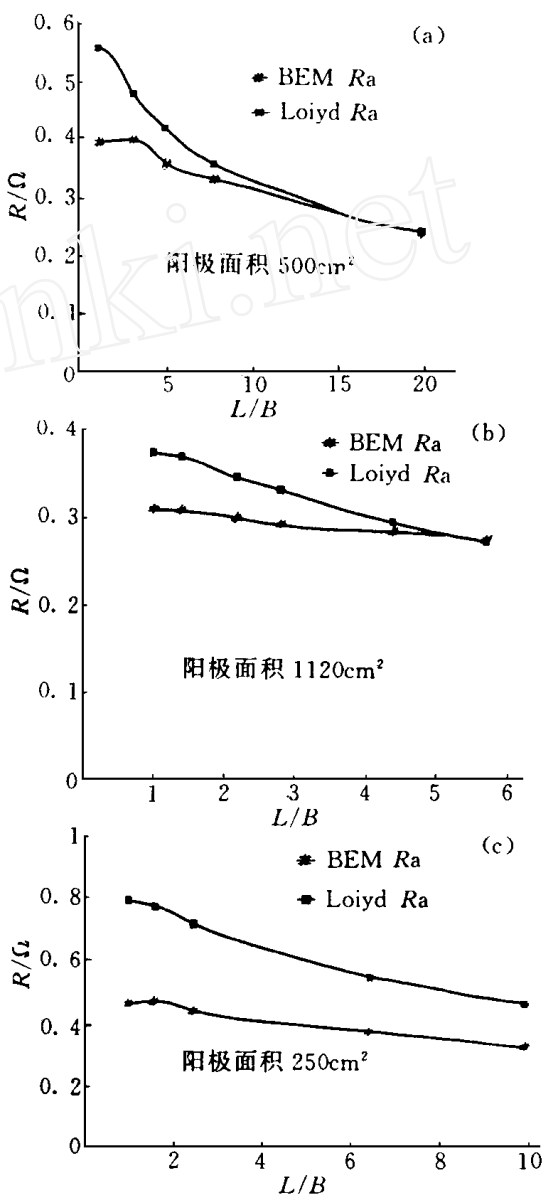


图 3 锌合金阳极接水电阻随阳极长宽比 (L/B) 的变化 (阴、阳极面积比 100:1)

Fig. 3 Relationship between the surface resistance and the length-to-breadth ratio (L/B) of zinc alloy sacrificial anodes (The area ratio of cathode to anode is 100:1)

Calculation of the Sacrificial Anode Resistance Utilizing Boundary Element Method

Wu Jianhua* Sun Mingxian Liu Guangzhou Chen Guangzhang

(Qingdao Branch, Luoyang Ship Material Research Institute, Qingdao 266071)

Wu Qiong Jin Zailv Zheng Yunlong

(Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract According to a kind of mathematic model set up for the cathodic protection potential field, the boundary element method (BEM) was used to study the working state of plate sacrificial anodes which were galvanically coupled to mild steel. In situ experiment showed that the current output and resistance of sacrificial anodes could be calculated more accurately using BEM than Lloyd formula. On the basis of the calculation, the cathodic protection design would be more accurate. It was also investigated that the effect of the length-to-breadth ratio (L/B) on current output and resistance of plate zinc anodes. The results demonstrated that anode resistance obtained from BEM approached Lloyd formula with increasing of L/B value.

Key words Boundary element method, Sacrificial anode, Cathodic protection, Current output, Anode resistance

References

- 1 R. Strommen, A Roiland. Computerized techniques applied in design of offshore cathodic protection systems *M P*, 1981, 20(4): 15
- 2 R G Kasper, G Martin. Electrogalvanic finite element analysis of partially protected marine structures *Corros*, 1983, 39(5): 181
- 3 J W Fu. A finite element method for modelling localized corrosion cells *Corros*, 1984, 40(10): 540
- 4 P O Gatland etc. Offshore cathodic protection desing, inspection, and computer modelling *M P*, 1993, 32(12): 15
- 5 H P Hack. Verification of the boundary element modelling technique for cathodic protection of large ship structures AD- A 278150/8, G A R
- 6 Yi Huang. Estimations on the cathodic protection in double bottom ballast tank. 日本造船学会论文集, 1996
- 7 R Strommen. Evalution of anode resistance formulas by computer analysis *M P*, 1985, 24(3): 9
- 8 滨海电厂海水冷却水系统牺牲阳极极保护. 国际技术监督局, GB/T 16166-1996, 3